2020年　5月　21日(木)更新		
学年 3年	教科 数学	学習テーマ ずっと続けたらいくつになる？

以下の分数の足し算の結果は、いくつになりますか？

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots$$

★★★ヒント★★★

答えは「∞(無限大)」ではありません！ある数字になります。

答えは次のページ！→

【解答】

「∞（無限大）だ！」と思った人も多いのでは？たしかに、

① $0+0+0+\cdots \rightarrow 0$

② $1+1+1+\cdots \rightarrow \infty$（無限大）

③ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots \rightarrow ?$

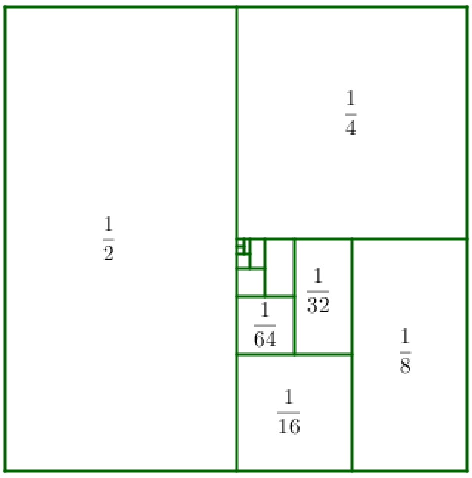
① 「0はいくら加えても0」は素直に納得できます。

② のように、1をどんどん加えていくと∞（無限大）になるというのも納得できます。

では、$\frac{1}{2}$から始まってその半分、またその半分と無限に加えると、どうなるのかというのがここでの問題です。

1より小さいとはいえ、0よりは大きな数を無限に加えるのだから、直感では遅かれ早かれ無限大になりそうな気がします。

しかし、一辺の長さが1の正方形で考えると、答えが見えてきます。



一辺の長さが1の面積は、$1\times1=1$です。

① その半分の面積は、$\frac{1}{2}$です。

② そのまた半分は、$\frac{1}{4}$です。

③ そのまた半分は、$\frac{1}{8}$です。

④ 以下、無限に続きます。

① から始まる総和は、$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots$ですので、

この式と上の正方形の面積を考えると、和は1にどんどん近づくものの、1よりも大きくならないことがわかります。つまり、**最終的には1になる**ことが推測できます。

今回の内容は、高校数学で学習する「等比級数の和」という内容のものです。

高校では、「等比級数の和の公式」というのを使って、求めることもできます。